

CentraleSupélec

Mineure CalHau1

## Optimisations sérielles et vectorisation

Stéphane Vialle

Stephane.Vialle@centralesupelec.fr  
http://www.metz.supelec.fr/~vialle

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

CentraleSupélec

## Risques de sous-utilisations du hardware

Bonne ou mauvaise utilisation du cache ?

Bonne ou mauvaise utilisation des unités vectorielles ?

2

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

CentraleSupélec

## Exemples de sous-utilisations du hardware

### Codes CPU-bound / Memory-bound

Relaxation de Jacobi - CPU 4-cœurs

Chute de performance quand le problème ne tient plus en cache

- Codes « CPU-bound » : limités par le nombre d'unités de calcul
- Codes « Memory-bound » : limités par la Bw RAM, **cas le plus fréquent**
  - on cherche à profiter un maximum du cache (plus rapide que la RAM)
  - on cherche à minimiser les « défauts de cache »

3

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Exemples de sous-utilisations du hardware

## Unités vectorielles de chaque cœur

Chaque cœur x86 à la capacité de faire des opérations vectorielles :

Scalar Instructions

4	+	1	=	5
0	+	3	=	3
-2	+	8	=	6
9	+	-7	=	2

4 opérations successives

Vector Instructions

4	1	5
0	3	3
-2	8	6
9	-7	2

1 opération vectorielle

→ Chaque cœur x86 est donc **sous-exploité** lors de calculs séquentiels :

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Exemples de sous-utilisations du hardware

## Ecriture de codes optimisés

Besoin de boucles de calcul sans défauts de cache et vectorisables :

```
for (int i = 0; i < 1024; i++)
  for (int j = 0; j < 1024; j++)
    for (int k = 0; k < 1024; k++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
```

**MAUVAIS !**  
(cache + vecto+ ...)

```
for (int i = 0; i < 1024; i++)
  for (int k = 0; k < 1024; k++)
    for (int j = 0; j < 1024; j++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
```

**BON !**  
(voir plus loin)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Exemples de sous-utilisations du hardware

## Quelques optimisations possibles

**Minimiser les défauts de cache (les accès à la RAM)**  
→ Tirer partie au maximum de la mémoire cache (blocage en cache/tuilage/*tiling*, ordre des nids de boucles, organisation des données en mémoire...)

**Engager les unités vectorielles de chaque cœur (SSE/AVX units)**  
→ Ecrire des boucles internes vectorisables (éviter les écritures concurrentes dans la même variable, éviter les recouvrements de tableaux (*aliasing*), aligner les accès aux données...)

**Minimiser les ruptures de pipeline**  
→ Déroulement des boucles/*Loop unrolling*

.....

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

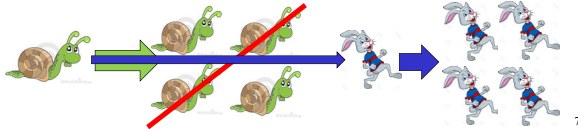
## Enjeux des optimisations sérielles et de la vectorisation

Paralléliser un code lent/inefficace est facile :

- les surcoûts de parallélisation ne se voient presque pas !
- la vitesse restera faible, mais l'accélération sera très bonne !

→ Avant de paralléliser, on optimise les « noyaux de calculs »

→ **Optimisation maximale sur un cœur**




---

---

---

---

---

---



---

---

## Enjeux des optimisations sérielles et de la vectorisation Evolution des perfs. mono-cœur

Quand on cherche la performance (HPC) on commence par optimiser les noyaux de calculs séquentiels :

Ex : Produit de matrices denses « code TP 3A »

	Sparc-1 – 1989		P3 – 2002		Quadcore – 2008 gcc de 2012	
	Mflops	SU	Mflops	SU	Mflops	SU
Séq. basique 	0.31	1.00	20.00	1.00	85.00 ?	1.00
Séq. un peu optimisé	1.07	3.45	119.34	5.97	1881.00	22.12
Séq. optimisé (lib) 					9800.00	115.29

Et en 2015 avec des processeurs de 2012 →

8

---

---

---

---

---

---



---

---

## Enjeux des optimisations sérielles et de la vectorisation Evolution des perfs. mono-cœur

Quand on cherche la performance (HPC) on commence par optimiser les noyaux de calculs séquentiels :

Ex : Produit de matrices denses « code TP 3A »

	Sparc-1 – 1989		P3 – 2002		Hexacore – 2012 gcc de 2015	
	Mflops	SU	Mflops	SU	Mflops	SU
Séq. basique 	0.31	1.00	20.00	1.00	400.00	1.00
Séq. un peu optimisé	1.07	3.45	119.34	5.97	3140.00	7.85
Séq. optimisé (lib) 					24420.00	61.05

• L'écart de performance entre un programme séquentiel « basique » et un programme séquentiel un minimum optimisé croît.

- ×8 sur un code maison (un peu) optimisé
- ×61 en utilisant des bibliothèques (très) optimisées !

9

---

---

---

---

---

---

---

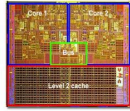
---

## Besoin de codes optimisés

Les améliorations du hard et des compilateurs ne suffisent pas :  
**besoin d'implanter un code optimisé sur chaque cœur**

Pour aller chercher la performance :

- Ne pensez pas à l'architecture Von Neuman ni à la machine de Turing !  
Pensez à l'**architecture réelle** de la famille de processeurs que vous utilisez
- Etudiez ce que fait, et ne fait pas, **votre compilateur**
- Apprenez les règles d'**optimisation sérielle** classiques



10

---

---

---

---

---

---

---

---

## Optimisation explicite du code source

Options de compilation  
Optimisation du code source  
Encouragement de la vectorisation automatique

} Atteindre la vitesse maximale sur un cœur, avec le hardware disponible



11

---

---

---

---

---

---

---

---

## Optimisation explicite du code source Options de compilation

**Tout compilateur propose des « options d'optimisation » :**

- en espace mémoire
- en vitesse de code

Sous Linux : **gcc/icc -O0** .... : pas d'optimisation  
**-O1** .... : premier niveau normalisé  
**-O2** .... : deuxième niveau normalisé  
**-O3** .... : troisième niveau normalisé

Ainsi que des optimisations spécifiques :

**gcc -funroll-loops** .... : déroulement forcée des boucles  
(voir plus loin)

Sous Windows : d'autres choix existent  
(dans des menus de configuration de Visual Studio par exemple)

12

---

---

---

---

---

---

---

---

## Options de compilation

### La compilation optimisée :

- dure plus longtemps (surtout avec de la vectorisation)
- est plus exigeante avec la qualité du code source (un code peu fonctionner en -O0, et planter en -O3)
- mais produit un code beaucoup plus rapide !

→ **TOUJOURS enclencher les optimisations du compilateur** (première étape d'une démarche d'optimisation)

→ **ETUDIER ce que propose son compilateur** (lire la documentation/les pages de manuel)

13

---

---

---

---

---

---

---

---

---

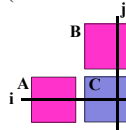
---

## Problèmes du code src naïf

### Version naïve du produit de matrices denses :

Implantation proche des équations mathématiques (facile à maintenir)

```
// Dense matrix product: C = A*B
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j++)
    for (int k = 0; k < n; k++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
```



- Mauvais usage de la mémoire cache, fréquents « défauts de cache »
- « Réduction » dans la boucle interne : vectorisation pauvre
- Si « n » est une variable : vectorisation +difficile pour le compilateur
- Petit corps de boucle : mauvais usage du pipeline (bcp de « ruptures de pipeline »)
- Ecriture en var. globale à chaque itération, plutôt qu'en registre local (peut bloquer des optimisations, surtout en multi-threads)

14

---

---

---

---

---

---

---

---

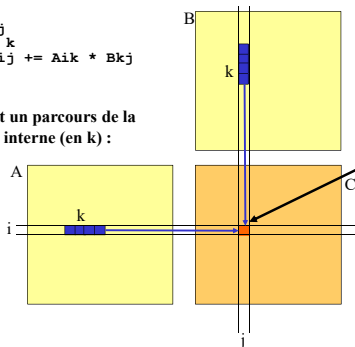
---

---

## Correction des problèmes (1.1)

```
for i
  for j
    for k
      Cij += Aik * Bkj
```

Durant un parcours de la boucle interne (en k) :



Ecriture en variable globale au lieu d'une variable locale, à chaque itération.

Pourrait empêcher le compilateur d'utiliser un registre, surtout dans une future version multithreadée.

15

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

### Correction des problèmes (1.2)

```

for i
for j
double Acc = 0
for k
Acc += Aik * Bkj
Cij = Acc

```

Durant un parcours de la boucle interne (en k) :

Accumulation dans un buffer (très) local stockable en registre

16

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

### Correction des problèmes (1.3)

1<sup>ère</sup> version optimisée :

Implantation plus proche de l'architecture du CPU :

```

// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
for (int j = 0; j < n; j++) {
double accu = 0.0;
for (int k = 0; k < n; k++) {
accu += A[i][k]*B[k][j];
}
C[i][j] = accu;
}

```

Accumulateur local:

- déclaré localement avec une portée limitée
- non accessible depuis un autre thread (voir suite du cours)
- conservé en registre proche de l'unité de calcul

17

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

### Correction des problèmes (2.1)

```

for i
for j
double Acc = 0
for (int k=0; k<n; k++)
Acc += Aik * Bkj
Cij = Acc

```

Durant un parcours de la boucle interne (en k) :

1 - Accès à des éléments contigus en RAM : bonne utilisation du cache

2 - Accès à des éléments NON contigus en RAM : utilisation pauvre du cache (défauts de caches)

3 - Accès (W) à une seule variable locale : pas de pb de cache

18

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

## Correction des problèmes (2.2)

```

for i
for j
double Acc = 0;
for (int k=0; k<n; k++)
  Acc += Aik * TBjk
Cij = Acc
  
```

Durant un parcours de la boucle interne (en k) :

- 1 - Accès à des éléments contigus en RAM : bonne utilisation du cache
- 2 - Accès à des éléments de TB contigus en RAM : bonne utilisation du cache
- 3 - Accès (W) à une seule variable locale : pas de pb de cache

19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

## Correction des problèmes (2.3)

2<sup>ème</sup> version optimisée :

Implantation plus proche de l'architecture du CPU :

```

// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j++) {
    double accu = 0.0;
    for (int k = 0; k < n; k++) {
      accu += A[i][k]*TB[j][k];
    }
    C[i][j] = accu;
  }
  
```

Transposée de B :  
bonne utilisation du cache

On reconnaît moins l'algo. de math...

20

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

## Correction des problèmes (3.1)

Stratégies de déroulement de boucles :

**Stratégie 1**  
Déroulement explicite des boucles du code src

```

for (k = 0; k < (n/8)*8; k += 8) {
  accu += A[i][k+0]*TB[j][k+0];
  accu += A[i][k+1]*TB[j][k+1];
  .....
  accu += A[i][k+7]*TB[j][k+7];
}
for (; k < n; k++)
  accu += A[i][k]*TB[j][k];
  
```

**Stratégie 2**  
Option de compilation  
gcc -funroll-loops -O3....

➔ Diminue le nombre de ruptures de pipeline, et favorise la vectorisation du code

**Stratégie 1+2**  
Déroulement explicite + option de compilation

Selon le code, le compilateur et le hardware : gains différents.  
La stratégie 1+2 est souvent la meilleure.

21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Correction des problèmes (3.2)

3<sup>ème</sup> version optimisée :

Implantation plus proche de l'architecture du CPU :

```
// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j++) {
    double accu = 0.0;
    int k;
    for (k = 0; k < (n/8)*8; k += 8) {
      accu += A[i][k+0]*TB[j][k+0];
      accu += A[i][k+1]*TB[j][k+1];
      .....
      accu += A[i][k+7]*TB[j][k+7];
    }
    for (; k < n; k++)
      accu += A[i][k]*TB[j][k];
    C[i][j] = accu;
  }
```

Déroutement explicite des boucles : bonne utilisation du pipeline  
+ option de compilation de loop unrolling : -funroll-loops

On ne reconnaît plus l'algo. de math ! Maintenance lourde...

---

---

---

---

---

---

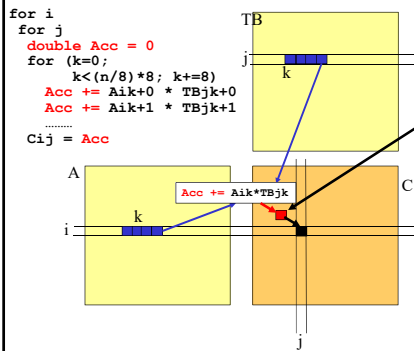
---

---

---

---

## Correction des problèmes (4.1)



Accumulation dans un seul buffer: empêche des unités (vectorielles) de traiter totalement en parallèle les 8 lignes de la boucle en k.




---

---

---

---

---

---

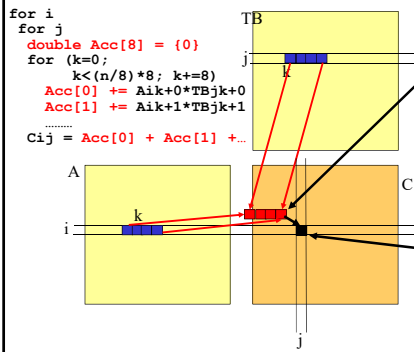
---

---

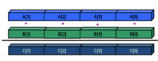
---

---

## Correction des problèmes (4.2)



Accumulation dans un vecteur de buffers, favorisant la vectorisation SSE/AVX



Accumulation et écriture finale dans une seule variable, sans pb de cache

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## Correction des problèmes (4.3)

4<sup>ème</sup> version optimisée :

Implantation encore plus proche de l'architecture du CPU :

```
// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j++) {
    double accu[8] = {0.0};
    int k;
    for (k = 0; k < (n/8)*8; k += 8) {
      accu[0] += A[i][k+0]*TB[j][k+0];
      accu[1] += A[i][k+1]*TB[j][k+1];
      .....
      accu[7] += A[i][k+7]*TB[j][k+7];
    }
    for (; k < n; k++)
      accu[0] += A[i][k]*TB[j][k];
    C[i][j] = accu[0] + ... + accu[7];
  }
```

Utilisation d'un **vecteur d'accumulateurs** :

- pas de réduction dans une unique variable
- vectorisation automatique possible
- -funroll-loops ???

25

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Correction des problèmes (4.4)

4<sup>ème</sup> version optimisée - BIS :

Implantation permettant une vectorisation « intra-instruction » :

```
// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int j = 0; j < n; j++) {
    double accu = 0;
    int k;
    for (k = 0; k < (n/8)*8; k += 8) {
      accu += A[i][k+0]*TB[j][k+0] +
             A[i][k+1]*TB[j][k+1] +
             .....
             A[i][k+7]*TB[j][k+7];
    }
    for (; k < n; k++)
      accu += A[i][k]*TB[j][k];
    C[i][j] = accu;
  }
```

Utilisation d'un seul accumulateur ET d'une seule « grosse instruction » de calcul.

- le compilateur organise ses calculs
- il utilise les registres tampons nécessaires
- donne aussi de bons résultats
- -funroll-loops ???

26

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

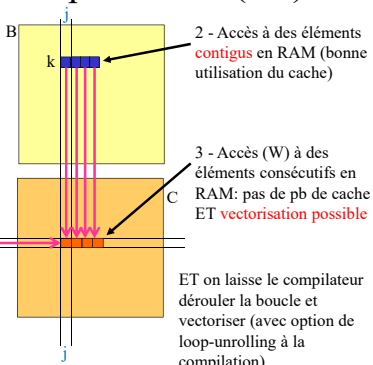
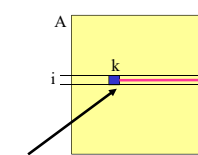
---

---

## Correction des problèmes (5.1)

```
for i
  for k
    for j
      Cij += Aik * Bkj
```

Durant un parcours de la boucle interne (en j) :



27

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

CentraleSupélec

## Correction des problèmes (5.2)

5<sup>ème</sup> Version optimisée par interversion de boucles :

Implantation proche de l'architecture d'un CPU :

```
// Dense matrix product: C = AxB -funroll-loops ??
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int k = 0; k < n; k++)
    for (int j = 0; j < n; j++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
```

- meilleure utilisation du cache
  - parcours contigu des tableaux dans la boucle interne
- Suppression de la réduction dans la boucle interne :
  - écriture dans des variables différentes et contigues
- Vectorisation automatique enclenchée par le compilateur

**Pas le plus efficace (pas de blocage en cache), mais simple !**

28

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

CentraleSupélec

## Correction des problèmes (5.3)

5<sup>ème</sup> Version optimisée par interversion de boucles :

	Cij +=	Aik *	Bkj	Boucle interne
Bonne usage du cache	NON défauts	NON défauts	OK un elt	i
Vectorisation possible	NON non-contigu → NON	NON non-contigu → NON	OK un elt	
Bonne usage du cache	OK contigu	OK un elt	OK contigu	j
Vectorisation possible	OK contigu → OK	OK un elt → OK	OK contigu	
Bonne usage du cache	OK un elt	OK contigu	NON défauts	k
Vectorisation possible	NON conflit → NON	OK contigu → NON	NON non-contigu	

→ Boucle interne en j : seule bonne solution

29

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

CentraleSupélec

## Correction des problèmes (6.1)

**Produit de matrices classique :**

- parcours d'une ligne et d'une colonne pour calculer un élément, avec transposition d'une matrice
- passage au calcul du point suivant

→ Utilisation moyenne du cache

**Produit de matrices par blocs (sorte de « tuilage ») :**

cache

- A tout moment : 3 blocs en cache, pas plus.
- Réutilisation maximale des blocs en cache.

+ Ordonnancement des produits de blocs pour réutilisation maximale des blocs en cache

Utilisation optimale du cache

30

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Optimisation explicite du code source

## Correction des problèmes (6.2)

Version optimisée AVEC blocage/tuilage (code simplifié) :

```

// Pour chaque tuile de C :
for (int ii = 0; ii < n; ii += Tsize)
  for (int jj = 0; jj < n; jj += Tsize)
    // - faire une suite de produits de tuiles de A et B
    for (int kk = 0; kk < n; kk += Tsize) {
      // - une tuile A x une tuile B
      for (int i = 0; i < Tsize; i++) {
        for (int j = 0; j < Tsize; j++) {
          double accu[8] = {0.0};
          for (int k = 0; k < Tsize; k += 8) {
            accu[0] += A[ii+i][kk+k+0]*TB[jj+j][kk+k+0];
            accu[1] += A[ii+i][kk+k+1]*TB[jj+j][kk+k+1];
            .....
            accu[7] += A[ii+i][kk+k+7]*TB[jj+j][kk+k+7];
          }
          C[ii+i][jj+j] += accu[0] + ... + accu[7];
        }
      }
    }
  
```

Hyp simplificatrice :  
n = p.Tsize

1 produit de 2 tuiles  
avec : Tsize = q.8

---

---

---

---

---

---

---


---

---

---

## Directives de vectorisation

Guidage du compilateur pour la vectorisation




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Capacité de vectorisation interne aux cœurs CPU

## Vectorisation par directives (1)

Version vectorisée « bas niveau » :

Point de départ : Implantation proche de l'architecture d'un CPU

```

// Dense matrix product: C = AxB
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int k = 0; k < n; k++)
    #pragma vector
    #pragma ivdep
    for (int j = 0; j < n; j++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];
  
```

ICC  
GCC ??  
ou par  
OpenMP

- Meilleure utilisation du cache
  - parcours des tableaux dans l'ordre dans la boucle interne
- Suppression de la réduction dans la boucle interne :
  - écriture dans des variables différentes et contigues
- Vectorisation guidée **de la boucle interne**, par des directives simples (rôle précis, bien maîtrisable)

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

CentraleSupélec

Capacité de vectorisation interne aux cœurs CPU

## Vectorisation par directives (2)

Version vectorisée « haut niveau » :

Point de départ : Implantation proche de l'architecture d'un CPU

```

// Dense matrix product: C = AxB
#pragma simd
for (int i = 0; i < n; i++)
  for (int k = 0; k < n; k++)
    for (int j = 0; j < n; j++)
      C[i][j] += A[i][k]*B[k][j];

```

ICC  
GCC ??  
ou par  
OpenMP


→ Meilleure utilisation du cache

- parcours des tableaux dans l'ordre dans la boucle interne

→ Suppression de la réduction dans la boucle interne :

- écriture dans des variables différentes et contigues

→ Vectorisation guidée **globale**, par une directive de haut niveau sur la boucle externe (fonctionnement moins prévisible)

 Avis divergents

34

---

---

---

---

---

---

---



---

---

---

CentraleSupélec

## Aperçu des performances obtenues

35

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

CentraleSupélec

Aperçu des performances obtenues

## TP d'optim. sérielles et vectorisation

Expérimentation (2018) :

- produit de matrices denses 4096x4096 double
- processeur Intel Xeon Haswell E5-2637 v3 - 2014  
(4 cœurs physiques – 2 threads/cœur)

Seq. Naif + O0	Seq. Naif + O3	Vectorisé + optim + O3 (TP 3A)	BLAS monothread (OpenBLAS)
0.12 Gflops	0.35 Gflops	3.10 Gflops	46.3 Gflops
x1.0	x2.9	x25.8	x385.8

→ Il faut utiliser les bibliothèques optimisées quand c'est possible  
→ Quand ce n'est pas possible il faut savoir optimiser à la main

36

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Aperçu des performances obtenues

## TP d'optim. sérielles et vectorisation

**Expérimentation (2019) : Kernel développé en TP (K0)**

- Sarah : quad-cores à 3.5 GHz  
(E5-2637 v3 « haswell », 15MB cache, 2014 – gcc 5.4.0)
- Kyle : octo-cores à 2.1 GHz  
(Silver 4110 CPU « skylake », 11MB cache, 2017 – gcc 7.3.0)

Les petites matrices tiennent mieux en cache → perfs + élevées  
La solution « ikj » apparaît très bonne.

37

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Aperçu des performances obtenues

## TP d'optim. sérielles et vectorisation

**Expérimentation (2019) : Kernel OpenBLAS (K1)**

- Sarah : quad-cores à 3.5 GHz  
(E5-2637 v3 « haswell », 15MB cache, 2014 – gcc 5.4.0)
- Kyle : octo-cores à 2.1 GHz  
(Silver 4110 CPU « skylake », 11MB cache, 2017 – gcc 7.3.0)

Les BLAS cumulent des développements très conséquents  
Toujours les utiliser pour des calculs d'algèbre linéaire

38

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

CentraleSupélec

## Optimisations sérielles et vectorisation

# Questions ?

39

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---