

# Module - Apprentissage (PRTAL 5)

D.E.A Informatique, 2002-2003

Documents autorisés. Durée : 2 heures.

7 janvier 2003

## 1 Test de la Tour de Londres (7 points)

### 1.1 Définition du problème

On se propose de modéliser, à l'aide de la théorie des Processus de Décision Markoviens, un petit jeu, qui est un test utilisé par les psychologues pour mettre en évidence certaines pathologies. Ce test est le Test de La Tour de Londres. Le matériel consiste en un socle auquel sont fixés trois piquets de longueurs croissantes, sur lesquels on peut respectivement enfile une, deux et trois perles. Sur ces piquets sont réparties trois perles de couleurs différentes, ce qui constitue une configuration initiale (cf. figure 1-(a)). On demande au sujet d'obtenir une configuration de perles donnée, en ne déplaçant à chaque mouvement qu'une perle d'un piquet vers un autre, à condition que cette perle soit accessible et qu'il y ait de la place sur le piquet destination.

On veut que le "sujet" de l'expérience soit un MDP. On lui présentera une situation initiale, une situation finale, et il devra exécuter les actions pour se ramener à la situation finale à partir de la situation initiale.

- **Question 1** : Quels sont l'espace d'état  $S$ , l'espace d'action  $A$  ? Quelle est leur taille ? Aidez vous de la figure 1-(b).
- **Question 2** : A-t-on une connaissance suffisante du problème pour définir une matrice de transition  $T_{ss'}^a$  ? Justifiez.
- **Question 3** : Au vu de vos réponses aux deux questions précédentes, quelle approche préconisez vous ? Programmation dynamique, Méthode de Monte Carlo, ou TD ? Justifiez.

### 1.2 Résolution du problème

On se donne donc un état final à atteindre, c'est-à-dire une configuration de perles, et le problème consiste à trouver la suite de déplacements qui permet, à partir d'un état initial, d'atteindre effectivement cet état final.

- **Question 4** : Décrivez la résolution complète du problème, en spécifiant les algorithmes et en commentant votre approche. Vous utiliserez un langage de

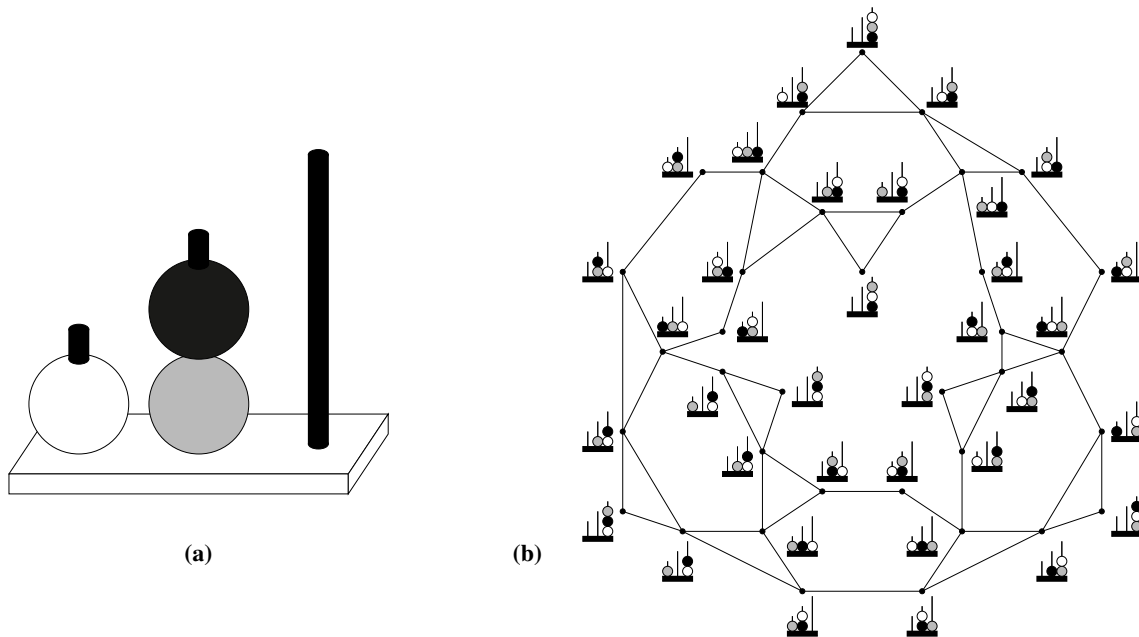


FIG. 1 – Test de la Tour de Londres. La figure (a) représente le matériel, et la figure (b) le graphe de transitions.

programmation de haut niveau<sup>1</sup> du genre de celui vu en cours.

- **Question 5 :** Pensez-vous que votre algorithme peut engendrer des suites d'actions où l'on parcourt indéfiniment des cycles dans le graphe de transitions de la figure 1-(b) ? Pourquoi ?

## 2 Bras robot (9 points)

### 2.1 Définition du problème

On considère un bras robot à 3 axes, dont l'extrémité se déplace uniquement dans un plan (cf. figure 2). Ce système est redondant, car plusieurs configurations angulaires des articulations peuvent amener l'extrémité du bras au même endroit !

Bien que tout automaticien raisonnable utiliserait un calcul exact pour aborder le problème, nous souhaitons le traiter par une approche connexionniste. On dispose d'une base d'exemples  $\mathcal{E}$ . Un exemple  $e^i \in \mathcal{E}$ , à savoir le quintuplet  $e^i = (x^i, y^i, \theta_1^i, \theta_2^i, \theta_3^i)$ , est obtenu en donnant trois angles  $(\theta_1^i, \theta_2^i, \theta_3^i)$  aléatoires dans  $] -\pi, \pi]^3$  et en mesurant la position  $(x^i, y^i)$  de l'extrémité obtenue pour ces trois angles. On veut construire un réseau qui permette de trouver, pour une position de l'extrémité désirée, les angles qui permettent de l'atteindre. C'est ainsi que l'on pourra commander le robot pour qu'il atteigne une consigne de position.

<sup>1</sup>Pseudo-langage de description des algorithmes.

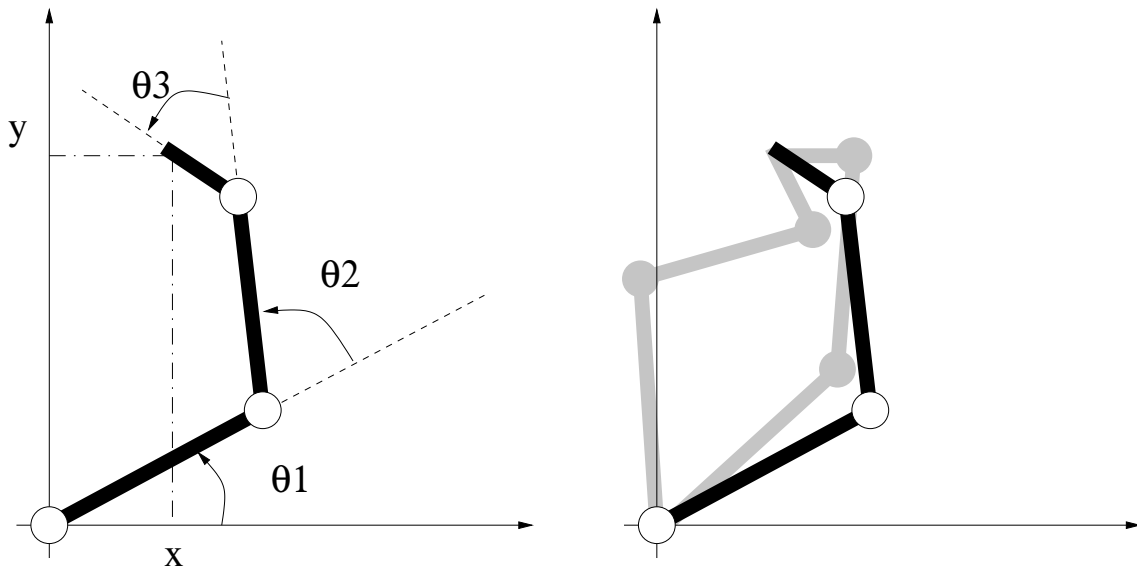


FIG. 2 – Bras robot évoluant dans un plan. On contrôle la position  $(x, y)$  de la main en positionnant les trois angles  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ . A droite, on constate qu’une même position peut être atteinte par plusieurs configurations d’angles.

## 2.2 Approche par régression

On souhaite mettre en œuvre un perceptron multi-couches, avec rétro-propagation du gradient d’erreur, ayant en entrée le vecteur  $(x, y)$  de la position souhaitée, et en sortie le vecteur de commande  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  qui permet de l’obtenir. On réalise un apprentissage supervisé à partir de la base d’exemples  $\mathcal{E}$ .

- **Question 6 :** En définissant le bon nombre de couches, le bon nombre de neurones par couche, et des fonctions de transfert adéquates, peut-on selon vous obtenir un asservissement correct du bras par cette méthode? Justifiez.

## 2.3 Approche par auto-organisation

On choisit maintenant d’aborder le problème de commande du bras à l’aide des méthodes d’auto-organisation, faisant intervenir un apprentissage non supervisé.

- **Question 7 :** La distribution des  $(x^i, y^i, \theta_1^i, \theta_2^i, \theta_3^i) \in \mathcal{E}$  est elle homogène? Justifiez.
- **Question 8 :** Pourquoi la distance euclidienne<sup>2</sup> ne permet-elle pas de mesurer correctement la similitude entre deux exemples, dans le cadre de notre approche?
- **Question 9 :** Proposez une distance plus appropriée en la justifiant.

On se propose de rendre compte de la distribution des exemples de  $\mathcal{E}$  par un algorithme d’apprentissage non supervisé.

<sup>2</sup>Rappel :  $d(e^i, e^j) = \sqrt{(x^i - x^j)^2 + (y^i - y^j)^2 + (\theta_1^i - \theta_1^j)^2 + (\theta_2^i - \theta_2^j)^2 + (\theta_3^i - \theta_3^j)^2}$

- **Question 10** : En quoi l'apprentissage non supervisé permet-il de réduire le problème ?
- **Question 11** : Parmi les algorithmes d'apprentissage non supervisé que vous connaissez, lequel vous semble le mieux convenir à ce problème ? Justifiez, et décrivez son application (évolution des paramètres, condition d'arrêt, etc.).

Une fois l'apprentissage terminé à partir de la base d'exemples  $\mathcal{E}$ , on souhaite utiliser le réseau de neurones pour commander le bras.

- **Question 12** : Comment proposer, à partir d'une position  $(x, y)$  désirée et à partir du réseau de neurones qui a convergé, une commande  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  qui amène l'extrémité du bras au plus proche possible de  $(x, y)$ .
- **Question 13** : Que se passe-t-il si on demande une position inatteignable par le bras ?

### 3 Questions de Fred (4 points)