

# Module - Apprentissage

Master Informatique, mention PRIM, 2005-2006

Épreuve de rattrapage

mars 2007

## 1 Un robot qui se fait entendre

On dispose d'un robot qui se présente sous la forme d'un véhicule à chenilles, comme un char d'assaut. On le contrôle en imposant 2 vitesses, celle de la chenille de droite et celle de la chenille de gauche.

Ce robot émet un bruit constant, ce qui permet de le repérer. Il évolue sur le sol, dans un parc au relief plus ou moins accidenté. Dans ce parc,  $N$  micros sont répartis, permettant de capter le bruit du robot quand il passe à leur proximité.

Chaque micro  $m$  mesure l'intensité  $i_m$  du bruit du robot, qu'il perçoit. On note  $p_r = (x, y, z)$  la position absolue du robot dans son environnement,  $z$  étant la hauteur du terrain à l'endroit où se trouve le robot. On ne connaît pas les positions des micros donc pour chaque micro  $m$ , sa position  $p_m = (x_m, y_m, z_m)$  ne nous est pas disponible. On négligera les effets d'écho pour faire l'hypothèse que  $i_m$  ne dépend que de la distance qui sépare le robot du micro  $m$ , c'est à dire qu'il existe une fonction positive et strictement décroissante  $f$ , commune à tous les micros, telle que  $i_m = f(\|p_r - p_m\|)$ .

Enfin, à un instant  $t$  donné, on notera  $I_t = (i_1(t), i_2(t), \dots, i_N(t))$  le vecteur constitué des intensités perçues par tous les micros. C'est la seule information dont nous disposons sur le robot.

### 1.1 Alarme de sortie de route

Dans notre parc, il y a en fait des chemins goudronnés, et l'on aimerait pouvoir déclencher une alerte quand le robot en sort. Un expérimentateur a constitué une base de donnée comme suit. Il positionne le robot dans le parc, enregistre le vecteur  $I$  fourni par les micros, et lui associe l'étiquette 1 si le robot est sur du goudron, l'étiquette  $-1$  sinon. Ensuite, il place le robot ailleurs, et recommence.

**Question 1.1** : A partir de cette base, comment construire une alarme qui, d'après les informations contenues dans  $I_t$ , se déclenche si le robot est hors zone goudronnée. Vous proposerez une technique parmi celles vues en cours, et donnerez une méthode permettant d'évaluer sa fiabilité.

On souhaite implémenter la détection d'alarme par un composant électronique à  $N$  entrées  $\{e_m\}_{1 \leq m \leq N}$ . Sur chacune d'elle, on branche la sortie  $i_m$  d'un

micro. Le composant a une sortie  $S$ , la décision de déclenchement d'alarme<sup>1</sup>. Le composant calcule  $S = \sum_{i=1}^N w_i e_i + w_0$ , une fois qu'on a réglé les poids  $w_i$ .

**Question 1.2** : Un perceptron monocouche est-il de nature à nous donner la valeur des  $N + 1$  poids du composant. Justifiez.

Pour ce qui suit, on vous rappelle ce que calcule une C-SVM de noyau  $k$ . Soit  $E = (x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)$  une base d'exemple, avec les  $y \in \{-1, 1\}$ , la C-SVM calcule un jeu de coefficients  $\alpha_i$  et en réel  $b$ , en utilisant les  $k(x_i, x_j)$  uniquement, les  $x_i$  et  $x_j$  étant ceux de la base  $E$ . Ces coefficients sont utilisés dans une fonction  $h(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i k(x_i, x) + b$ , dont le signe est celui de l'étiquette  $y$  à associer à  $x$ .

**Question 1.3** : Ce rappel étant fait, reprenez l'expression de  $S$ , la sortie du composant, dans laquelle vous ferez apparaître la fonction  $f$  présentée en début d'énoncé. Montrez les analogies entre la formule obtenue et la fonction  $h$  calculée par la SVM. Montrez que  $f$  joue le rôle d'un noyau.

**Question 1.4** : Quelle condition doit vérifier  $f$  pour effectivement être un noyau ? On supposera ces conditions vérifiées dans ce qui suit.

**Question 1.5** : Le calcul des  $\alpha_i$  par la SVM suppose de connaître tous les  $k(x_i, x_j)$ . On adjoint à chaque micro un haut-parleur (placé au même endroit donc), qui peut, sur demande, produire le même bruit que le robot. En activant l'un de ces hauts parleurs, que peut-on mesurer ?

**Question 1.6** : Décrivez dans ce qui suit comment on peut mettre en œuvre, sur notre problème de détection de zone goudronnée, une C-SVM, de noyau  $f$ .

**Question 1.7** : Que sont, de façon générale, les vecteurs supports d'une SVM ? Qu'est-ce que cela signifie dans notre problème ?

**Question 1.8** : En vous inspirant de ce que vous savez sur l'influence du paramètre  $\sigma$  des noyaux gaussiens sur la qualité de l'apprentissage, discutez des rapports entre la forme de  $f$  et la façon de répartir les micros dans le parc.

## 1.2 Contrôle du robot

On souhaite piloter le robot à l'aide d'un processus de décision markovien (MDP). On supposera que le robot est doté d'une boussole, nous donnant l'angle  $\theta_t$  qu'il fait par rapport au nord magnétique.

**Question 1.9** : Une fois discrétisée, la perception  $(I_t, \theta_t)$  peut-elle servir d'état du robot pour un MDP. Justifiez. Quel espace d'action proposeriez-vous ?

On choisit une méthode d'apprentissage non supervisé, basée sur la quantification vectorielle, pour discrétiser  $I_t$ .

**Question 1.10** : Rappelez les étapes communes à ces méthodes.

**Question 1.11** : L'espace des  $I_t$  est de dimension  $N$ . Est-il, selon vous, occupé de façon homogène par les  $I_t$  issus des micros ? Justifiez.

**Question 1.12** : Une carte auto-organisatrice de Kohonen 2D vous paraît-elle adaptée à notre problème ? Justifiez.

**Question 1.13** : Qu'est-ce qui lie deux prototypes voisins sur cette carte, si l'on décide d'appliquer cette méthode à notre problème ?

---

<sup>1</sup> $S < 0$  provoque le déclenchement.