

Module - Apprentissage

Master Informatique, mention PRIM, 2005-2006

24 janvier 2006

1 Régression

La consommation instantanée $x(t)$ d'un moteur diesel à l'instant t dépend de la pression $a(t)$ sur l'accélérateur, et du couple $c(t)$ sur les roues de la voiture. Le constructeur souhaite fournir un dispositif permettant d'afficher au conducteur sa consommation instantanée, à partir de capteurs fournissant $a(t)$ et $c(t)$. Le problème, c'est qu'il ne connaît pas la fonction f qui relie ces grandeurs $x(t) = f(a(t), c(t))$. Toutefois, il dispose d'une série de n mesures $(x_1, a_1, c_1), (x_2, a_2, c_2) \cdots (x_n, a_n, c_n)$, effectuées en laboratoire. Pour chacune d'elles, on sait donc que $x_i = f(a_i, c_i)$. Le problème est donc pour le constructeur de concevoir le dispositif qui calcule x en fonction de (a, c) .

1.1 Fonctions polynomiales

Le constructeur dispose d'un circuit électronique permettant de faire des calculs de polynômes à deux variables, de degré inférieur ou égal à 10000. Il se demande si ce circuit pourrait lui permettre de construire le dispositif d'affichage de x . En effet, le circuit pourrait calculer :

$$x(t) = \sum_{0 \leq i \leq 10000} \sum_{0 \leq j \leq 10000} a_{ij} (a(t))^i (c(t))^j \quad (1)$$

Il faut bien sûr trouver les a_{ij} .

Le constructeur dispose d'un logiciel qui sait faire de la régression polynomiale. Il fournit 20 mesures à ce logiciel, et demande le polynôme de degré 10000 qui fait le moins d'erreurs sur les données.

Question 1.1 : Dites pourquoi le constructeur s'y prend mal ? Argumentez en disant ce que va fournir le logiciel, est-ce que le polynôme trouvé par le logiciel fait des erreurs sur les 20 données ? Dites si oui ou non vous seriez prêt(e) à utiliser les coefficients que le logiciel a trouvés. Justifiez votre réponse à l'aide des notions vues en cours.

Ayant compris son erreur, le constructeur décide de procéder de façon incrémentale, à partir de 100 mesures cette fois-ci. Son idée consiste à faire 200 expériences. Pour l'expérience 1, il rentre les 100 mesures, demande au logiciel de trouver un polynôme de degré 1 qui fasse le moins d'erreur. Le logiciel fournit alors l'erreur e_1 commise pour ce meilleur polynôme trouvé. Cette erreur est la moyenne des erreurs que le polynôme commet sur chacune des 100 mesures.

Pour l'expérience 2, le constructeur fournit les mêmes 100 mesures au logiciel, mais il demande de trouver un polynôme de degré inférieur ou égale à 2 cette fois-ci. Le logiciel fournit là aussi e_2 . De même, pour l'expérience k , on trouve e_k , l'erreur commise par le meilleur polynôme de degré k sur les 100 mesures.

Question 1.2 : Comment appelle-t-on la grandeur e_k mesurée à chaque expérience k ? Quelle notion est estimée par cette grandeur?

Question 1.3 : Dessinez ce que pourrait être la courbe qui place k en abscisse, et e_k en ordonnée. Notez sur le dessin les changements de comportement de la courbe, et commentez-les.

Un ami informaticien conseille au constructeur de faire de la validation croisée pour savoir s'il peut avoir confiance en ses résultats. Il lui propose de partir d'une base de 200 mesures, et de la couper en 10.

Question 1.4 : En quoi consiste la méthode de validation croisée? Quelle grandeur permet-elle d'estimer? Nous noterons ici G cette grandeur.

G se mesure sur chacune des expériences, et on notera G_k cette mesure pour l'expérience k .

Question 1.5 : Dessinez un graphique avec en abscisse k et en ordonnée G_k , qui montre l'évolution de G_k en fonction de k . Commentez les différentes parties de cette courbe.

Vous ne connaissez pas les valeurs exactes des grandeurs trouvées, mais vous pouvez mener une discussion qui permettra au constructeur de conclure, à partir de ces expériences et selon ces valeurs, afin qu'il sache s'il peut effectivement utiliser son dispositif polynomial. C'est le but de la question suivante

Question 1.6 : Écrivez les conseils que vous donneriez au constructeur pour décider d'utiliser ou non la régression polynomiale, selon les résultats de mesures effectués précédemment.

1.2 Autres méthodes

Le constructeur de voitures décide de changer de méthode pour résoudre son problème.

Question 1.7 : Que doivent vérifier les mesures pour que le perceptron monocouche¹ soit pertinent? Parmi les algorithmes de perceptron monocouche que vous connaissez, lequel s'applique ici?

Question 1.8 : Comment savoir, après utilisation du perceptron monocouche, si effectivement c'est une technique adaptée?

Question 1.9 : Donnez l'expression mathématique du calcul réalisé par le perceptron, pour fournir $x(t)$.

Le constructeur, sensible à la renommée des réseaux de neurones, choisit d'utiliser un perceptron multi-couches pour résoudre son problème.

Question 1.10 : Quel est le défaut de cette méthode, défaut que n'a pas le perceptron monocouche?

Le constructeur choisit de prendre un perceptron à 5 couches, avec 30 neurones par couches (plus les biais). Il réalise l'apprentissage par un logiciel, sur 100 mesures. Une fois l'apprentissage réalisé, il utilise le perceptron pour prédire la consommation instantanée de sa voiture. Il fait le plein, réalise un trajet,

¹On dit aussi perceptron simple.

collecte le signal $x(t)$ de façon continue. A la fin du parcours, il intègre le signal $x(t)$, et conclut qu'il a du consommer 5 litres d'essence. Il refait le plein, et constate qu'il n'a besoin d'ajouter que 1 litre.

Question 1.11 : Quelle est la source d'erreur selon vous ?

2 Apprentissage par renforcement

Dans un jeu vidéo, on pilote un vaisseau spatial dans un espace 2D. Le principe est le suivant. Quand on met les gaz, le vaisseau accélère. Il n'y a pas de frottements, ce qui signifie que si on ne mets pas les gaz, le vaisseau se déplace à vitesse constante en ligne droite. Les gaz propulsent le vaisseau vers l'avant. Pour freiner par exemple, il faut donc faire pivoter jusqu'à ce qu'il se déplace en reculant, puis ensuite mettre les gaz jusqu'à ce que la vitesse soit réduite. La touche + fait pivoter le vaisseau de 30 degrés sur la droite, la touche - fait de même sur la gauche. La touche **espace** donne une impulsion de gaz, ce qui ajoute un vecteur constant (dirigé vers l'avant du vaisseau) au vecteur vitesse actuel.

Le vaisseau se déplace dans un tore, c'est-à-dire que s'il quitte le haut de l'écran, il réapparaît en bas, à la verticale de l'endroit où il est sorti. De même latéralement.

L'espace est un écran de 320x240 pixels. Ces pixels peuvent chacun être une des position du vaisseau. Au centre, se situe la base pour l'alimentation en essence. Il faut rester immobile sur ce point pour recharger les réservoirs. Proposer une méthode d'apprentissage pour ramener le vaisseau à l'arrêt à la base, où qu'il se trouve dans l'espace, et quel que soit son vecteur vitesse. Vous décrirez toutes les données du problème (récompense, espace d'action, d'état, etc..), vous donnerez la taille des ensembles considérés. Vous donnerez également la mise en œuvre de l'algorithme que vous aurez choisi, en justifiant ces choix. N'hésitez pas à faire des simplifications quand c'est pertinent, mais décrivez-les et justifiez-les.