Modélisation hiérarchique pour la réduction des images multi et hyper-spectrales

Nadia Bali et Ali Mohammad–Djafari

Laboratoire des Signaux et Systèmes,
Unité mixte de recherche 8506 (CNRS-Supélec-UPS)
Supélec, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette, France,
bali@lss.supelec.fr djafari@lss.supelec.fr

23 novembre 2005 – Journées ACI Masse de données

Plan de la présentation

- Images multi ou hyper-spectrales
- Modélisation des observations
- Problème de séparation de sources
- Algorithmes proposés
- Simulations
- Conclusions et perspectives

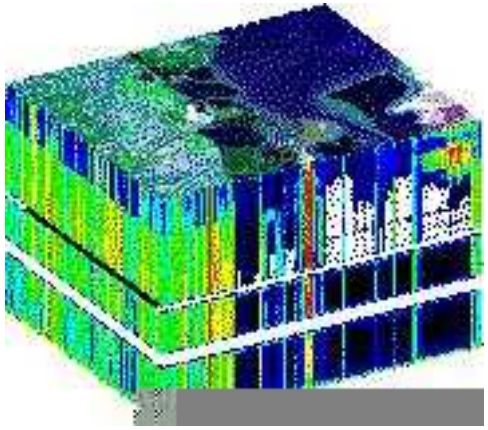
Images multi ou hyper-spectrales : définitions

- Des images prises sur plusieurs bandes :

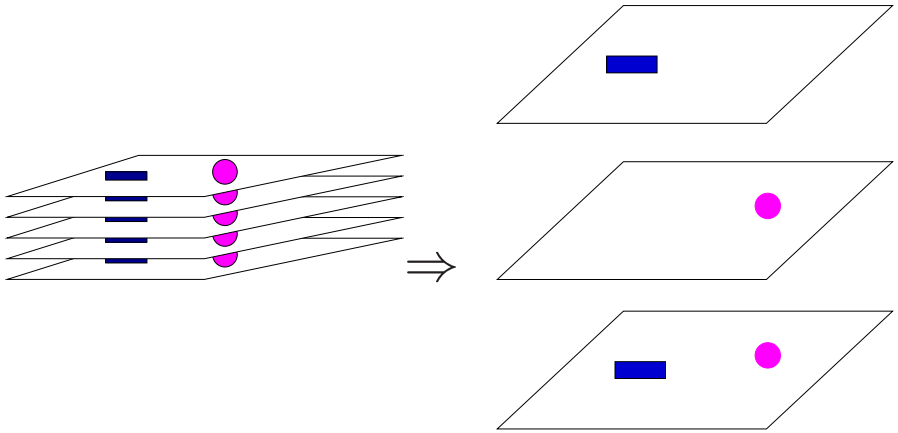
- multispectrales ($<$ 10 bandes),
- hyperspectrales (des dizaines jusqu'à des centaines de bandes) .

- Les données d'une image hyperspectrale peuvent être considérées de plusieurs façons :

- une collection d'observations scalaires sur un espace 3D $X(\omega, \boldsymbol{r})$, où $\omega \in \Omega$ représente la longueur d'onde et $\boldsymbol{r} \in \mathcal{R}^2$ la position d'un pixel;
- une collection d'images $X_\omega(\boldsymbol{r})$;
- une collection de spectres $X_{\boldsymbol{r}}(\omega)$.



Modélisation des observations



- méthodes permettant de passer de mesures faites dans l'espace initial de dimension égale au nombre de bandes à un espace de dimension réduite.

$$x_i(\boldsymbol{r}) = \sum_{j=1}^{n} A_{i,j} s_j(\boldsymbol{r}) + \epsilon_i(\boldsymbol{r}) \longrightarrow \boldsymbol{x}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{r})$$

$i = 1, \cdots, m$ avec m nombre de bandes

Méthodes de Séparation de sources :

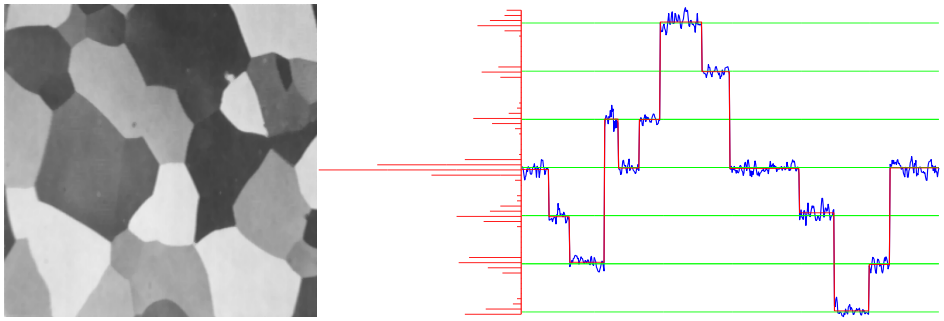
$$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{r})$$

$\boldsymbol{x}(\boldsymbol{r}) = \{x_i(\boldsymbol{r}), i = 1, \cdots, m\}$ images observées
$\boldsymbol{A}$ matrice de mélange inconnue de dimensions (m, n)
$\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r}) = \{s_j(\boldsymbol{r}), j = 1, \cdots, n\}$ un ensemble de n images source inconnues,
$\boldsymbol{\epsilon}(\boldsymbol{r}) = \{\epsilon_i(\boldsymbol{r}), i = 1, \cdots, m\}$) les erreurs (modèle et mesures).

- Analyse en Composante Principale (ACP) sources gaussiennes
- Analyse en Composante Indépendante (ACI) sources non gaussiennes
- Maximum de vraisemblance
- Méthode algébriques (JADE, SHIBBS)
- Approche bayésienne sources modélisées par un champ de Markov composite

Modélisation des sources :

Les sources $s_j(\boldsymbol{r})$ sont des images composées de zone homogènes, regroupé en un nombre fini K de classes représentées par une variable discrète $z(\boldsymbol{r})$.



Mélange de gaussiennes

$$p(s_j|z=k) = \mathcal{N}\left(m_{jk}, \sigma_{jk}^2\right) \longrightarrow p(s_j(\boldsymbol{r})) = \sum_{k=1}^{K} p(z(\boldsymbol{r})=k)\mathcal{N}\left(m_{jk}, \sigma_{jk}^2\right)$$

Modèle de Potts sur les région :

$$p(z(\boldsymbol{r})|z(\boldsymbol{r}'), \boldsymbol{r}' \in \mathcal{V}(\boldsymbol{r})) \propto \exp\left[\alpha \sum_{\boldsymbol{r}'} (\delta(z(\boldsymbol{r}) - z(\boldsymbol{r}')))\right]$$

Approche bayésienne :

Algorithmes de Restoration Maximisation

- Loi *a posteriori*:

$$\begin{aligned} p(\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{x}}) &\propto p(\underline{\boldsymbol{x}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1)\, p(\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}_2)\, p(\underline{\boldsymbol{\theta}}) \\ p(\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{x}}) &\propto p(\underline{\boldsymbol{x}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1)\, p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}; \underline{\boldsymbol{\theta}}_2)\, p(\boldsymbol{z}) p(\underline{\boldsymbol{\theta}}) \end{aligned}$$

  $\boldsymbol{\theta}_1 = \{\boldsymbol{A}, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\epsilon}}\}$, $\boldsymbol{\theta}_2 = \{m_{\omega z}, \sigma^2_{\omega z}\}$, $\boldsymbol{\theta} = \{\boldsymbol{\theta}_1, \boldsymbol{\theta}_2\}$
  $p(\underline{\boldsymbol{x}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}_1)$: Gaussienne,
  $p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}; \underline{\boldsymbol{\theta}}_2)$: Gaussienne,
  $p(\boldsymbol{z})$: Potts,
  $p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$: *a priori* conjugué

- Estimateur : moyenne *a posteriori*

- Algorithmes : Echantillonneur de Gibbs ou MFA + EM

Algorithmes proposées

- **Algorithme 1: Gibbs**

$$\underline{\boldsymbol{s}} \sim p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{z}} \sim p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{s}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{\theta}} \sim p(\underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{x}})$$

- **Algorithme 2: Gibbs + MFA**

$$(\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}) \sim p(\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{\theta}} \sim p(\underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{x}})$$

$$\underline{\boldsymbol{s}} \sim p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{z}} \sim p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{\theta}} \sim p(\underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{s}}, \boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{x}})$$

$$\text{avec} \quad p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) = \int p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{s}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}})\, p(\underline{\boldsymbol{s}}|\underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}})\ \mathrm{d}\underline{\boldsymbol{s}}$$

- **Algorithme 3: Gibbs + MFA + EM**

$$\underline{\boldsymbol{s}} \sim p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \boldsymbol{z} \sim p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}, \underline{\boldsymbol{x}}) \quad \longrightarrow \quad \underline{\boldsymbol{\theta}} \sim p(\underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{x}})$$

avec

$$p(\underline{\boldsymbol{\theta}}|\underline{\boldsymbol{x}}) = \sum_{\boldsymbol{z}} p(\underline{\boldsymbol{x}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{\theta}}) p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$$

Algorithmes (détailles)

- Expression de $p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{x}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$:

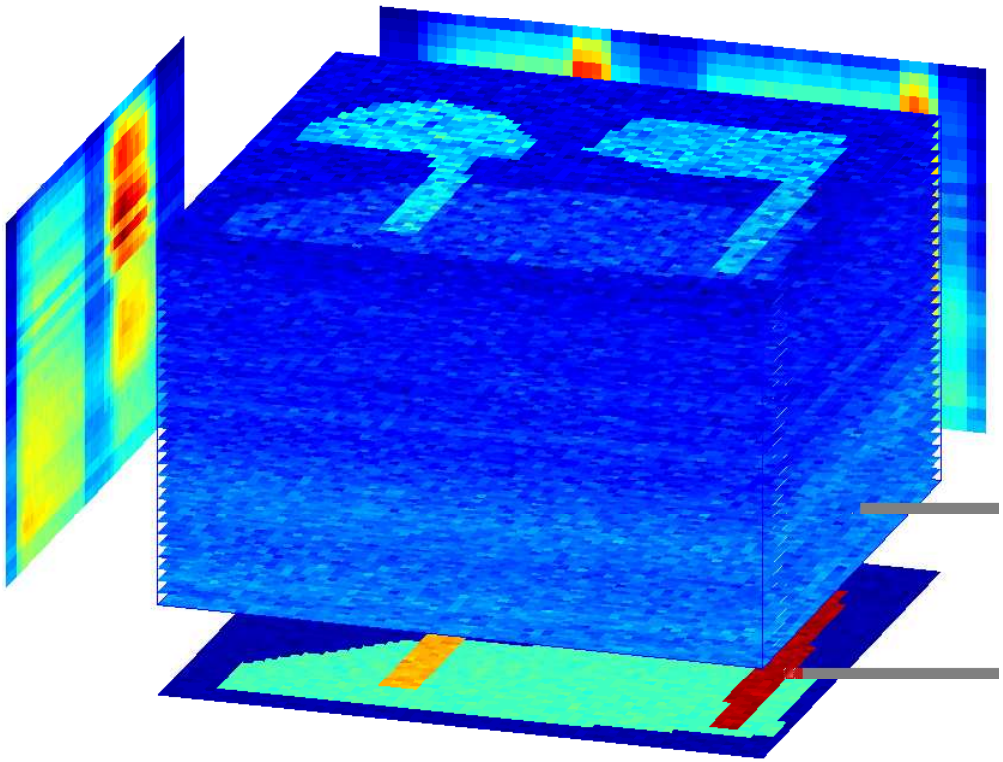
$$p(\underline{\boldsymbol{s}}|\boldsymbol{z}, \underline{\boldsymbol{x}}, \underline{\boldsymbol{\theta}}) = \prod_{\boldsymbol{r}} p(\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{z}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{x}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{\theta})$$

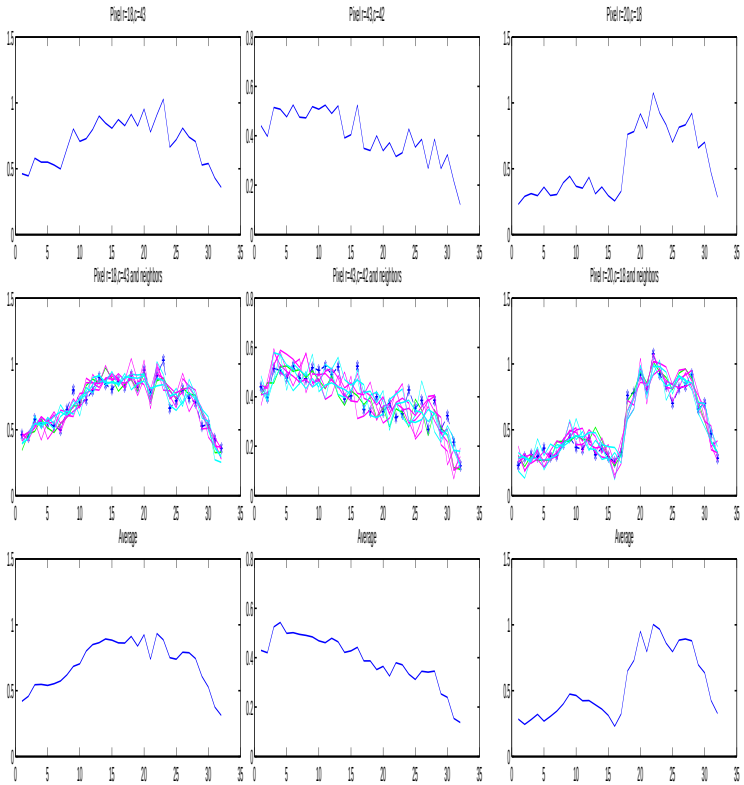
avec $\quad p_r(\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r})|\boldsymbol{z}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{x}(\boldsymbol{r})) \propto \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}))$ et

$$\left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r}) = \left[\boldsymbol{A}^t \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{-1} \boldsymbol{A} + \boldsymbol{\Sigma}_{z(\boldsymbol{r})}^{-1}\right]^{-1} \\ \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r})[\boldsymbol{A}^t \boldsymbol{\Sigma}_\epsilon^{-1} \boldsymbol{x}(\boldsymbol{r}) + \boldsymbol{\Sigma}_{z(\boldsymbol{r})}^{-1} \boldsymbol{m}_{z(\boldsymbol{r})}] \end{array} \right. \tag{1}$$

- Expression de $p(\boldsymbol{z}|\underline{\boldsymbol{x}}, \underline{\boldsymbol{\theta}})$ non séparable $\longrightarrow$ MFA
- Expression de $p(\underline{\boldsymbol{\theta}})$ non séparable $\longrightarrow$ EM

Résultats de simulations





Un ensemble de 32 images hyperspectrales artificiellement simulées en présence de 3 sources

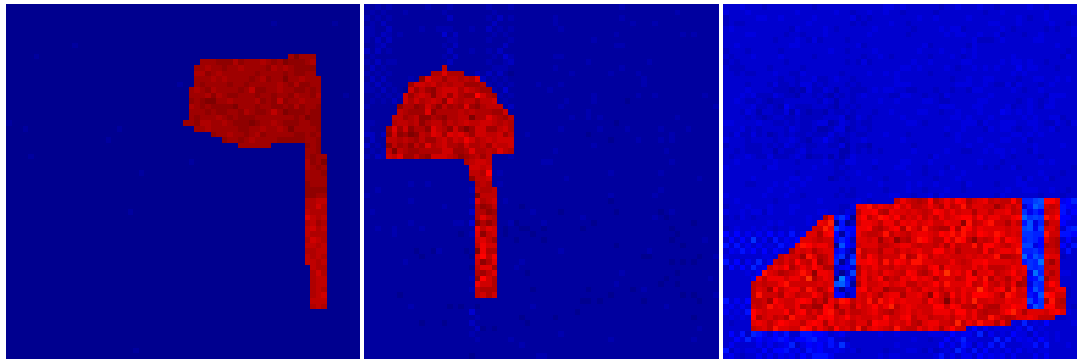
Résultats (2)

$\widehat{S}_1$ $\widehat{S}_2$ $\widehat{S}_3$

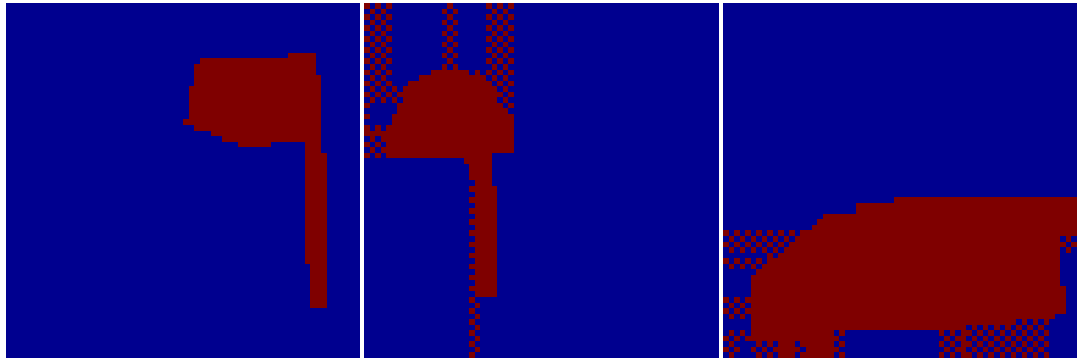
$\widehat{Z}_1$ $\widehat{Z}_2$ $\widehat{Z}_3$

Résultats de séparation par la méthode d'échantillonnage de Gibbs

Résultats (3)



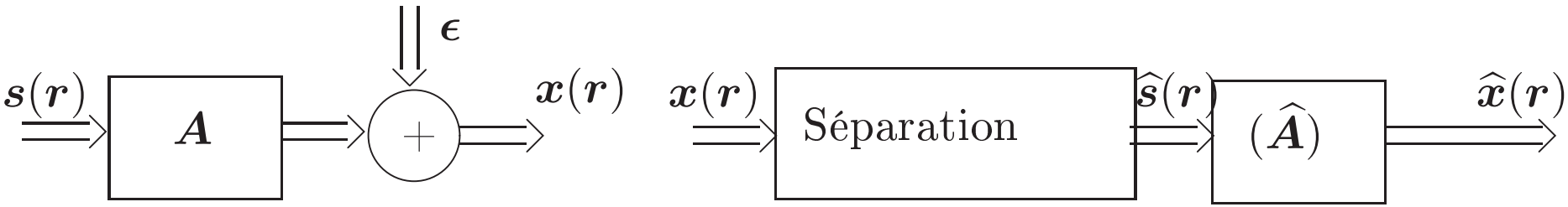
$\widehat{S}_1$ $\widehat{S}_2$ $\widehat{S}_3$



$\widehat{Z}_1$ $\widehat{Z}_2$ $\widehat{Z}_3$

Résultats de séparation par la méthode d'approximation en champ moyen

Critère d' evaluation



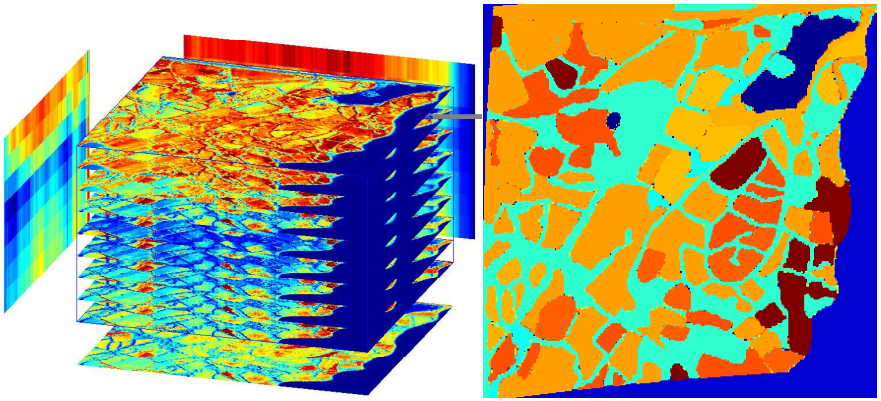
- En simulation : $\widehat{\boldsymbol{s}}(\boldsymbol{r})$ avec $\boldsymbol{s}(\boldsymbol{r})$ ou $\widehat{\boldsymbol{A}}$ avec $\boldsymbol{A}$
- En réalité : $\widehat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{r})$ avec $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{r})$,
- Pour comparer deux types de distances peuvent être utilisées : $\Delta_1 = |\boldsymbol{x} - \widehat{\boldsymbol{x}}|$, $\Delta_2 = ||\boldsymbol{x} - \widehat{\boldsymbol{x}}||^2$
- Dans la plupart des méthodes de séparation ACI, on éstime $\boldsymbol{B}$ et non $\boldsymbol{A}$ avec $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}^t(\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^t)^{-1}$ ou $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{B}^t\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}$
- Dans notre cas on estime directement $\boldsymbol{A}$

Résultats de séparation :

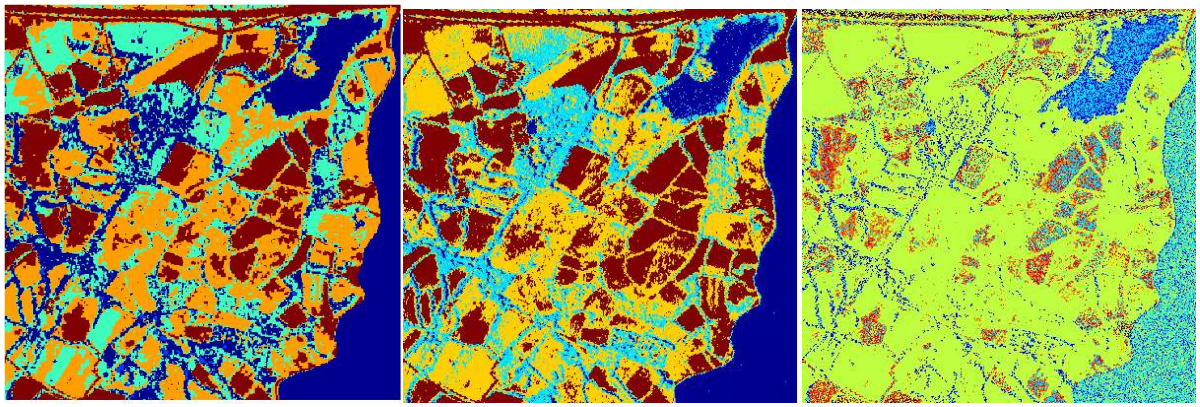
Les résultats sont obtenus à partir d'images multispectrales formées par 9 bandes spectrales, les images sont de taille 400×400 pixels $\Delta_1 = |X - \widehat{X}|$, $\Delta_2 = ||X - \widehat{X}||^2$ avec $\widehat{X} = \widehat{\boldsymbol{A}}\widehat{\boldsymbol{S}}$

Méthode de séparation	Δ_1	Δ_2
PCA	$7,2.10^{-3}$	$1,1.10^{-1}$
ICA (MV)	$9,9.10^{-3}$	$3,1.10^{-1}$
ICA (adapt)	$9,1.10^{-4}$	$4,0.10^{-3}$
MF	$7,3.10^{-4}$	$11,7.10^{-3}$
Gibbs	$7,3.10^{-4}$	$11,7.10^{-3}$

Résultats de segmentation (Méthodes jointes)



Images multispectrles Vérité terrain



MF GS IGM

Conclusions et Perspectives

- préliminaire de comparaison :
  - Gibbs et Approximation en champ moyen
- Meilleurs modélisation :
  - Prendre en compte la dépendance locale entre les pixels dans une région
  - Prendre en compte la dépendance entre les étiquettes des différentes sources.
  - Modélisation de la moyenne à l'intérieur d'une région.
- Estimation de $\boldsymbol{N}$, le nombre de sources .